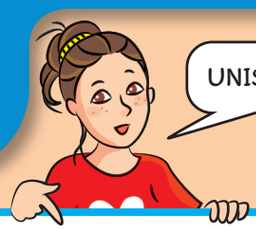
UNITÀ G

10 Ingrandimenti, riduzioni in scala e similitudine



UNISCI I PUNTINI DELLA FIGURA 1 SEGUENDO L'ORDINE ALFABETICO.

FIGURA 1

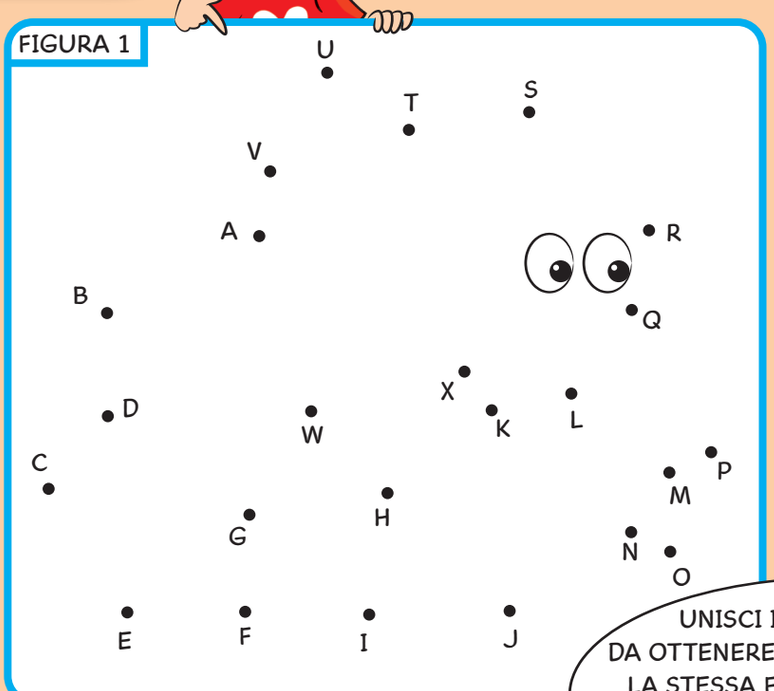
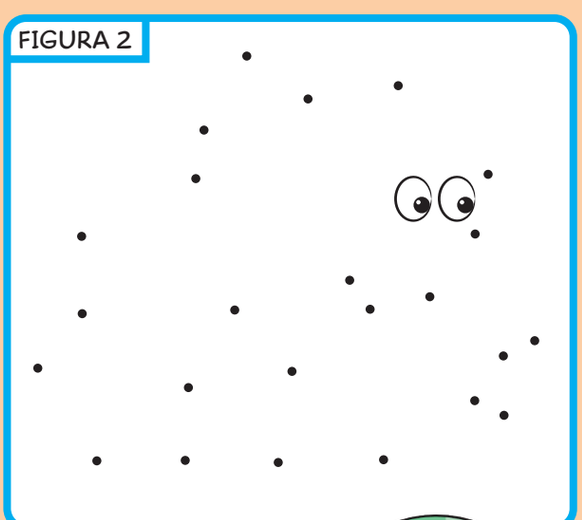


FIGURA 2



UNISCI I PUNTINI IN MODO DA OTTENERE UNA FIGURA CHE ABBIA LA STESSA FORMA DELLA FIGURA 1 MA PIÙ PICCOLA. CHE FIGURE HAI OTTENUTO? COSA OSSERVI?

LA FIGURA 2 È UNA RIDUZIONE IN SCALA DELLA FIGURA 1.

PUOI TROVARE LA SOLUZIONE IN FONDO AL VOLUME.

VIDEO TUTORIAL

CLASSE CAPOVOLTA

LEZIONI

1. Ingrandire e ridurre in scala
2. I problemi di base sui disegni in scala
3. Disegni in scala e proporzioni
4. Le figure simili
5. Criteri di similitudine dei triangoli
6. Applicazioni della similitudine
7. I teoremi di Euclide
8. Relazione fra i perimetri e fra le aree di figure simili

▶ GIOCHI Matematici

LABORATORIO DELLE COMPETENZE

▶ Le attività con GeoGebra
▶ I laboratori del coding

IMPARAFACILE

▶ Ripasso e recupero

LEZIONE 1

Ingrandire e ridurre in scala

ESPLORA

Trasformazioni della F **Segui le istruzioni.**

a. **Scala 1 : 1** (si legge *uno a uno*) - **dimensioni reali**
Ricopia fedelmente sul quaderno la figura originale a forma di lettera **F**.

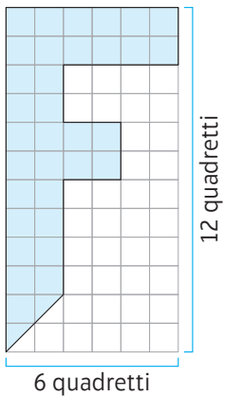
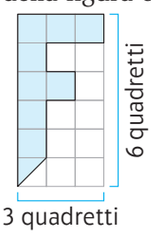


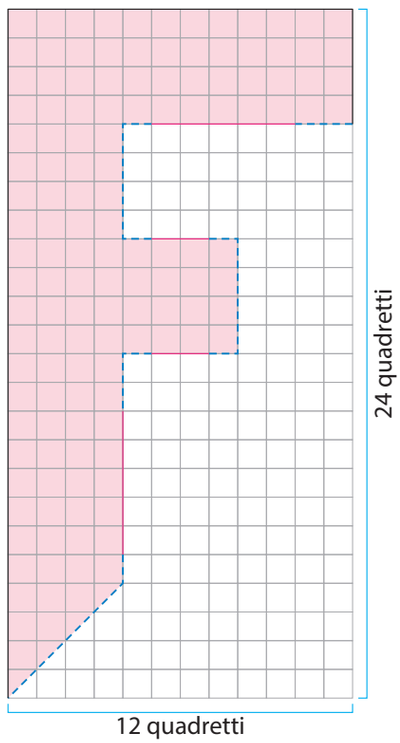
Figura originale

b. **Scala 1 : 2** (si legge *uno a due*) - **la metà**
Aiutandoti con i quadretti del quaderno, disegna una figura in cui tutte le misure siano la **metà** di quelle della figura originale.



Disegno in scala 1 : 2

c. **Scala 2 : 1** (si legge *due a uno*) - **il doppio**
Disegna una figura in cui tutte le misure siano il **doppio** di quelle della figura originale.
Prima puoi completare il disegno qui sotto.



Disegno in scala 2 : 1

Il rapporto di scala

CONCETTO CHIAVE

Rapporto di scala

Il **rapporto di scala** (o **scala**), indicato con la lettera ***k***, è il rapporto fra le lunghezze nel disegno o modello e le corrispondenti lunghezze dell'oggetto reale.

lunghezza nel disegno o modello — lunghezza nella realtà

$$k = L_d : L_r$$

L_d e L_r devono essere espresse nella stessa unità di misura.

0080_9788839527189B@0145-0177.indd 146 14/01/19 16:19

Il rapporto di scala si può scrivere anche come frazione o come numero decimale, per esempio:

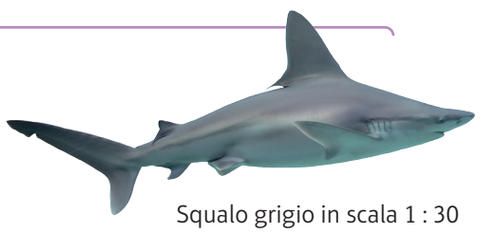
$$k = 1 : 50 = \frac{1}{50} = 0{,}02$$

Il rapporto di scala può essere **minore di 1**, **uguale a 1** oppure **maggiore di 1**:
- se $k < 1$ si ha una **riduzione**;
- se $k = 1$ le due figure sono **congruenti**;
- se $k > 1$ si ha un **ingrandimento**.

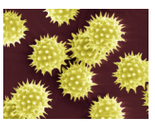
Le misure di un disegno in scala sono **direttamente proporzionali** alle misure dell'oggetto reale.

ESEMPI

- **Scala 1 : 30** (*uno a trenta*)
  Il rapporto **minore di 1** indica che la scala è di **riduzione** e significa che ogni centimetro nel disegno corrisponde a 30 cm nella realtà. Ovvero, il disegno è 30 volte più piccolo dell'oggetto reale.


Squalo grigio in scala 1 : 30

- **Scala 20 000 : 1** (*ventimila a uno*)
  Il rapporto **maggiore di 1** indica che la scala è di **ingrandimento** e significa che 20 000 cm nel disegno corrispondono a 1 cm nella realtà. Ovvero, il disegno è 20 000 volte più grande dell'oggetto reale.


Polline in scala 20 000 : 1

- **Scala 1 : 1** (*uno a uno*)
  Il rapporto **uguale a 1** significa che il disegno ha le stesse misure dell'oggetto reale. La scala 1 : 1 si chiama anche **scala naturale**.

Pesce neon in scala 1 : 1

ESERCIZIO GUIDA

1 Modello **Il modello di una barca è lungo 49 cm mentre la barca reale è lunga 9,80 m. Calcola il rapporto di scala.**

Convertiamo la lunghezza reale in centimetri:

9,80 m = 980 cm

Calcoliamo il rapporto di scala:

$$k = \frac{\text{lunghezza del modello}}{\text{lunghezza reale}} = \frac{49}{980} = \frac{1}{20}$$

Il rapporto di scala è 1 : 20.
Ciò significa che il modello è 20 volte più piccolo della barca reale.

Per semplificare un rapporto si dividono entrambi i suoi termini per il loro massimo comune divisore (proprietà invariantiva della divisione).
È come ridurre una frazione ai minimi termini.
Per esempio:
4 : 28 = 1 : 7

0080_9788839527189B@0145-0177.indd 147 14/01/19 16:19

ESERCIZI DELLA LEZIONE 1

CONOSCERE CONCETTI E PROCEDURE

1 Scrivi Nel disegno di una lampada le dimensioni sono 5 volte più piccole di quelle della lampada reale. $1 : 5 = \frac{1}{5} = 0{,}2$
Scrivi il rapporto di scala in tre modi diversi.

2 Converti i rapporti Converti i seguenti rapporti di scala in numeri decimali.

a. $1 : 4 = \frac{1}{4} = 0{,}25$

b. $1 : 10 = \frac{1}{10} = 0{,}1$

c. $25 : 1 = \frac{25}{1} = 25$

d. $1 : 1000 = \frac{1}{1000} = 0{,}001$

e. $10\,000 : 1 = \frac{10\,000}{1} = 10\,000$

3 Semplifica

a. Semplifica il rapporto 52 : 104 in modo che il **numeratore** sia uguale a 1. $\frac{1}{2}$

b. Semplifica il rapporto 35 : 7 in modo che il **denominatore** sia uguale a 1. 5

4 Spiega e collega Spiega cosa significa ogni rapporto di scala. Poi collegalo con il suo tipo di rappresentazione.

Scala 12 : 1	Riduzione
Scala 1 : 1	Scala naturale
Scala 1 : 12	Ingrandimento

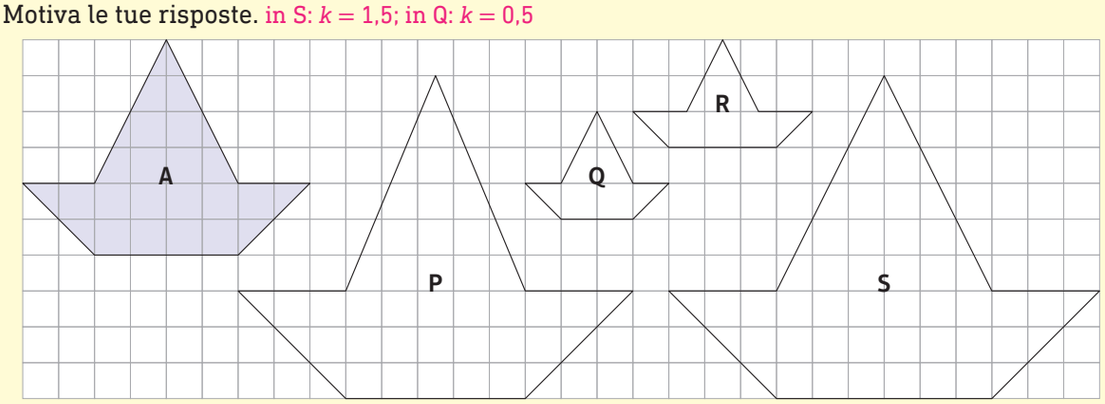
APPLICARE STRATEGIE, RAPPRESENTAZIONI E MODELLI

5 Riconosci

a. Quale barca è un corretto **ingrandimento** in scala della barca A? S

b. Quale barca è una corretta **riduzione** in scala della barca A? Q

c. Motiva le tue risposte. in S: $k = 1{,}5$; in Q: $k = 0{,}5$



6 Rapporto di scala
Calcola il rapporto di scala della riduzione dalla figura A alla figura B.
ESERCIZIO GUIDA 1 1 : 3

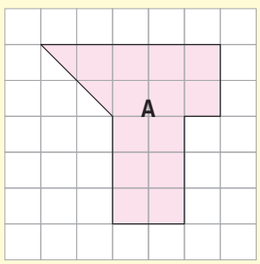
Figura A

Figura B

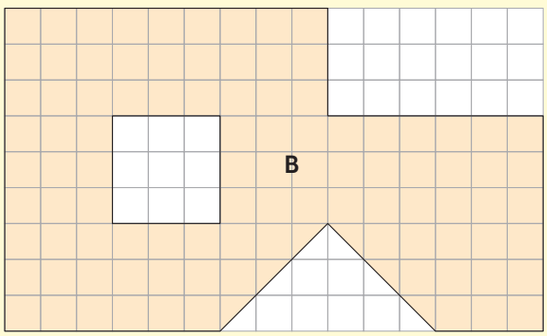
Ho misurato la distanza fra le punte delle orecchie nelle due figure e calcolato...

0080_9788839527189B@0145-0177.indd 148 14/01/19 16:19

7 Ingrandimento Copia la figura A (rispettando le misure) su un foglio a quadretti e disegna un ingrandimento in scala 3 : 1.



8 Riduzione Copia la figura B (rispettando le misure) su un foglio a quadretti e disegna una riduzione in scala 1 : 3.



RAGIONARE IN CONTESTI NUOVI O COMPLESSI

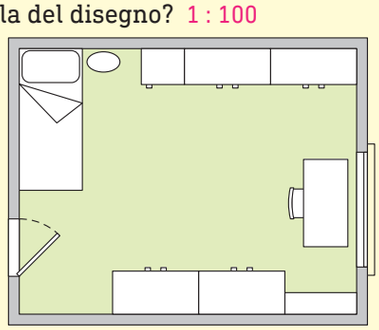
9 Pubblicità In un cartellone pubblicitario è disegnata una bottiglia di aranciata alta 1,29 m.
La bottiglia reale è alta 215 mm.
Calcola il rapporto di scala. 6 : 1

10 Mappa In una mappa del tesoro la scala è indicata nel modo seguente:

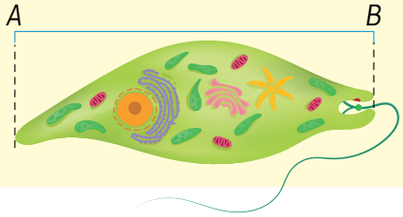
1 cm = 10 m

Qual è il rapporto di scala?
Scrivilo nelle tre forme possibili.
$1 : 1000 = \frac{1}{1000} = 0{,}001$

11 MONDO REALE **Pianta** La cameretta di Mario misura 5 m × 4 m. Qual è il rapporto di scala del disegno? 1 : 100



12 SCIENZE **Euglena** Il disegno qui sotto rappresenta un microrganismo che si chiama euglena. L'euglena, nella realtà, è lunga 0,05 mm.
Qual è il rapporto di scala del disegno? ≈ 1000 : 1



13 MONDO REALE **Il cavallo di Leonardo**
All'ingresso dell'ippodromo di San Siro, a Milano, c'è la grande statua di un cavallo progettata da Leonardo da Vinci.
La statua è alta 7,3 m mentre un cavallo, nella realtà, è alto in media 2 m.
Calcola il rapporto di scala della statua. 3,65 : 1

14 Il cavaliere templare Un modellino di cavaliere templare è alto 12 cm.
Sapendo che l'altezza media di un cavaliere medievale era 1,73 m, calcola la scala di riduzione del modello. 1 : 14,4

15 Problema aperto Scegli una stanza di casa tua e disegna la sua pianta in scala, compresi i mobili. Scrivi il rapporto di scala che hai usato.

Altri esercizi a pag. G178

0080_9788839527189B@0145-0177.indd 149 14/01/19 16:19

LEZIONE 2

I problemi di base sui disegni in scala

Usare la definizione di scala

Ci sono tre problemi di base sui disegni e i modelli in scala.

Calcolare…	Conoscendo…
il **rapporto di scala** k	la lunghezza reale L_r e quella nel disegno L_d
la **lunghezza reale** L_r	la scala k e la misura nel disegno L_d
la **lunghezza nel disegno** L_d	la scala k e la lunghezza reale L_r

Nella precedente lezione hai imparato come si calcola il rapporto di scala. In questa lezione vedremo come si risolvono gli altri due problemi di base usando semplicemente il significato del rapporto di scala.

ESERCIZI GUIDA

1 Lunghezza reale - riduzione **In un disegno in scala 1 : 80 una giraffa è alta 7 cm. Quanto è alta la giraffa in realtà?**

1) Il rapporto di scala 1 : 80 ci dice che la giraffa reale è **80 volte più grande** della giraffa nel disegno.
2) Per trovare la misura reale **moltiplichiamo** per 80 l'altezza della giraffa nel disegno L_d:

$$L_r = L_d \cdot 80 = 7 \cdot 80 = 560 \text{ cm} = 5{,}6 \text{ m}$$

La giraffa è alta 5,6 m.

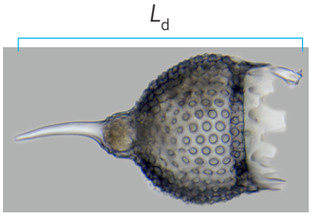
2 Lunghezza nel disegno **Sofia vuole disegnare in scala 1 : 120 un abete alto 18 m. Quanto deve essere alto l'albero nel disegno?**

1) Il rapporto di scala 1 : 120 ci dice che l'albero nel disegno deve essere **120 volte più piccolo** dell'albero reale.
2) Quindi **dividiamo** per 120 la lunghezza reale:

$$L_d = L_r : 120 = 18 : 120 = 0{,}15 \text{ m} = 15 \text{ cm}$$

Il disegno dell'abete deve essere alto 15 cm.

3 Lunghezza reale - ingrandimento **I radiolari sono organismi microscopici che hanno uno scheletro di silicio. Nell'immagine a fianco vedi uno scheletro di radiolare.**
Calcola la lunghezza reale che corrisponde a L_d.



Scala 300 : 1

1) Il rapporto di scala 300 : 1 ci dice che il radiolare in realtà è **300 volte più piccolo** di quanto appare nella fotografia.
2) Misuriamo con il righello la lunghezza nella foto, che risulta 40 mm.
3) Per trovare la lunghezza reale **dividiamo** per 300 la lunghezza nella fotografia:

$$L_r = L_d : 300 = 4 : 300 \approx 0{,}013 \text{ cm} = 0{,}13 \text{ mm}$$

Il radiolare è lungo circa 0,13 mm.

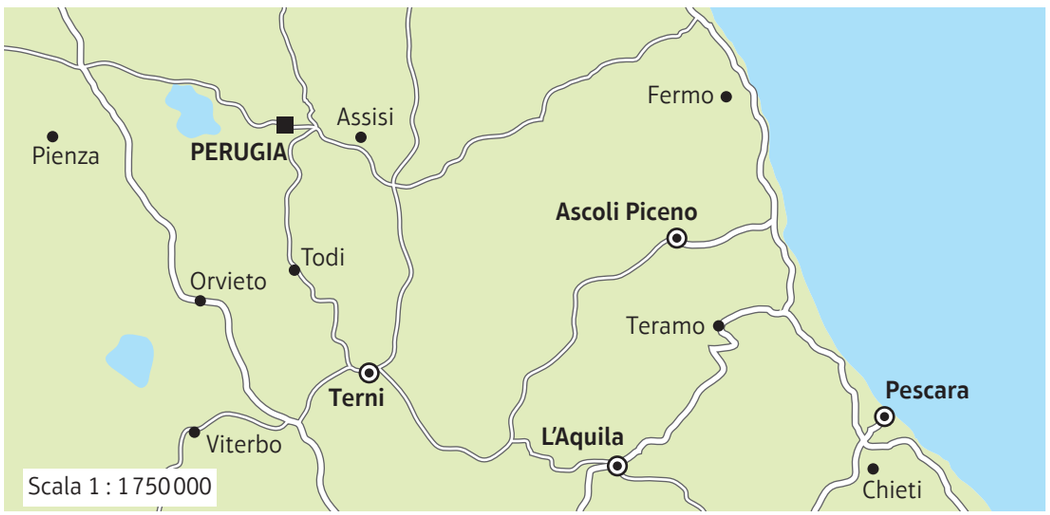
Vediamo ora due applicazioni importanti dei disegni in scala: le carte geografiche e il disegno tecnico.

0080_9788839527189B@0145-0177.indd 150 14/01/19 16:19

Carte geografiche

ESERCIZIO GUIDA

4 Città **Usa la carta geografica per calcolare la distanza in linea d'aria fra Assisi e Viterbo.**



1) Il rapporto di scala ci dice che la distanza reale è 1 750 000 volte più grande della distanza sulla carta.
2) Misuriamo con il righello la distanza sulla carta fra Assisi e Viterbo:

   distanza sulla carta = 4,8 cm
3) Calcoliamo la distanza reale:

   distanza reale = 4,8 · 1 750 000 = 8 400 000 cm = 84 km

La distanza fra Assisi e Viterbo (in linea d'aria) è 84 km.

Disegno tecnico

ESERCIZIO GUIDA

5 Pianta dell'appartamento **Il disegno a fianco è la pianta di un appartamento. Calcola le misure reali della cucina.**

1) Il rapporto di scala ci dice che le misure reali sono 150 volte più grandi delle misure nel disegno.
2) Misuriamo con il righello le dimensioni della cucina:

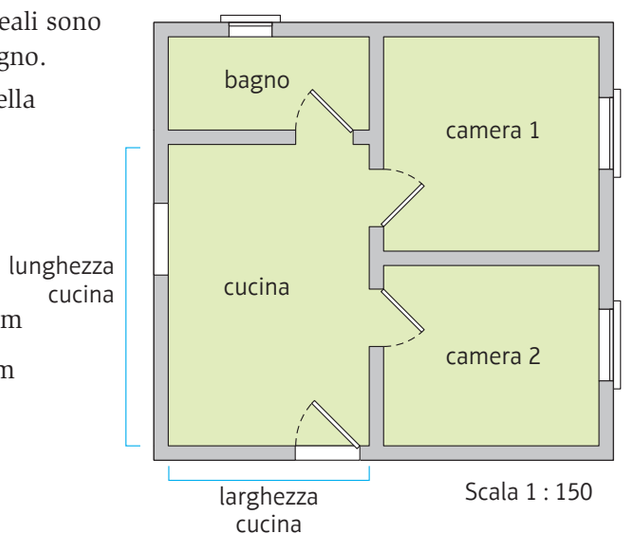
   lunghezza = 4,2 cm

   larghezza = 2,8 cm
3) Calcoliamo le misure reali:

   lunghezza = 4,2 · 150 = 630 cm = 6,3 m

   larghezza = 2,8 · 150 = 420 cm = 4,2 m

Le misure della cucina sono 6,3 m × 4,2 m.



0080_9788839527189B@0145-0177.indd 151 14/01/19 16:19

ESERCIZI DELLA LEZIONE 2

CONOSCERE CONCETTI E PROCEDURE

1 Orologio Un orologio del diametro di 32 mm è disegnato in scala 3 : 1.
a. Spiega cosa significa. l'orologio reale è 3 volte più piccolo di quello disegnato
b. Il disegno è un ingrandimento o una riduzione? ingrandimento

2 Palazzo Un palazzo alto 30 m è disegnato in scala 1 : 100.
Spiega cosa significa. il palazzo nel disegno è alto 30 cm

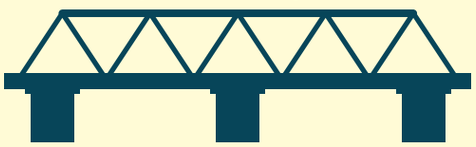
3 Rapporto Nel disegno di una lucertola, 1 cm corrisponde a 5 mm nella realtà.
a. Il disegno è un ingrandimento o una riduzione? ingrandimento
b. Qual è il rapporto di scala? 1 : 0,5 = 2 : 1

4 Torre Un modellino di torre, realizzato in scala 1 : 70, è alto 40 cm. Quanto è alta, in metri, la torre reale? ESERCIZIO GUIDA 1 28 m

5 Moneta Il diametro della moneta da 1 € è 23,25 mm. Se vuoi disegnare la moneta in scala 5 : 1, quale sarà il diametro in cm nel disegno? ESERCIZIO GUIDA 2 11,625 cm

6 Campo da calcio Si vuole disegnare in scala 1 : 200 un campo da calcio che misura 110 m × 75 m.
Quali saranno le misure del disegno espresse in millimetri? 550 mm × 375 mm

7 Ponte Quanto è lungo il ponte nella realtà? Misura il disegno con un righello. 32,5 m



Scala 1 : 500

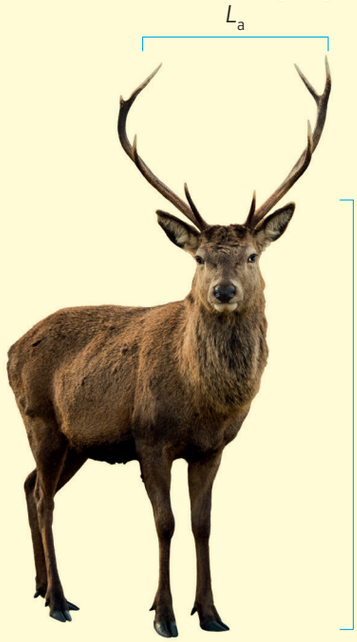
8 Chitarra Una chitarra per bambini ha la stessa forma di una chitarra normale ma è ridotta in scala 1 : 2.
Se la chitarra piccola è lunga 50,8 cm, quanto è lunga la chitarra normale? 101,6 cm

APPLICARE STRATEGIE, RAPPRESENTAZIONI E MODELLI

9 SCIENZE Formica Nella figura è riportata la fotografia della formica carpentiere, una formica lunga in media circa 7 mm. Nella foto però il corpo della formica è lungo circa 3,5 cm. Quante volte è ingrandita l'immagine rispetto alla realtà? ESERCIZIO GUIDA 3 5 volte

10 SCIENZE Confronto Sapendo che l'uomo illustrato qui sotto, nella realtà, è alto 1,75 m, calcola la lunghezza reale del rinoceronte. Spiega tutti i passaggi della risoluzione. 4 m circa

11 SCIENZE Cervo Calcola le misure reali del cervo, corrispondenti a L_a e L_b. 52 cm; 120 cm

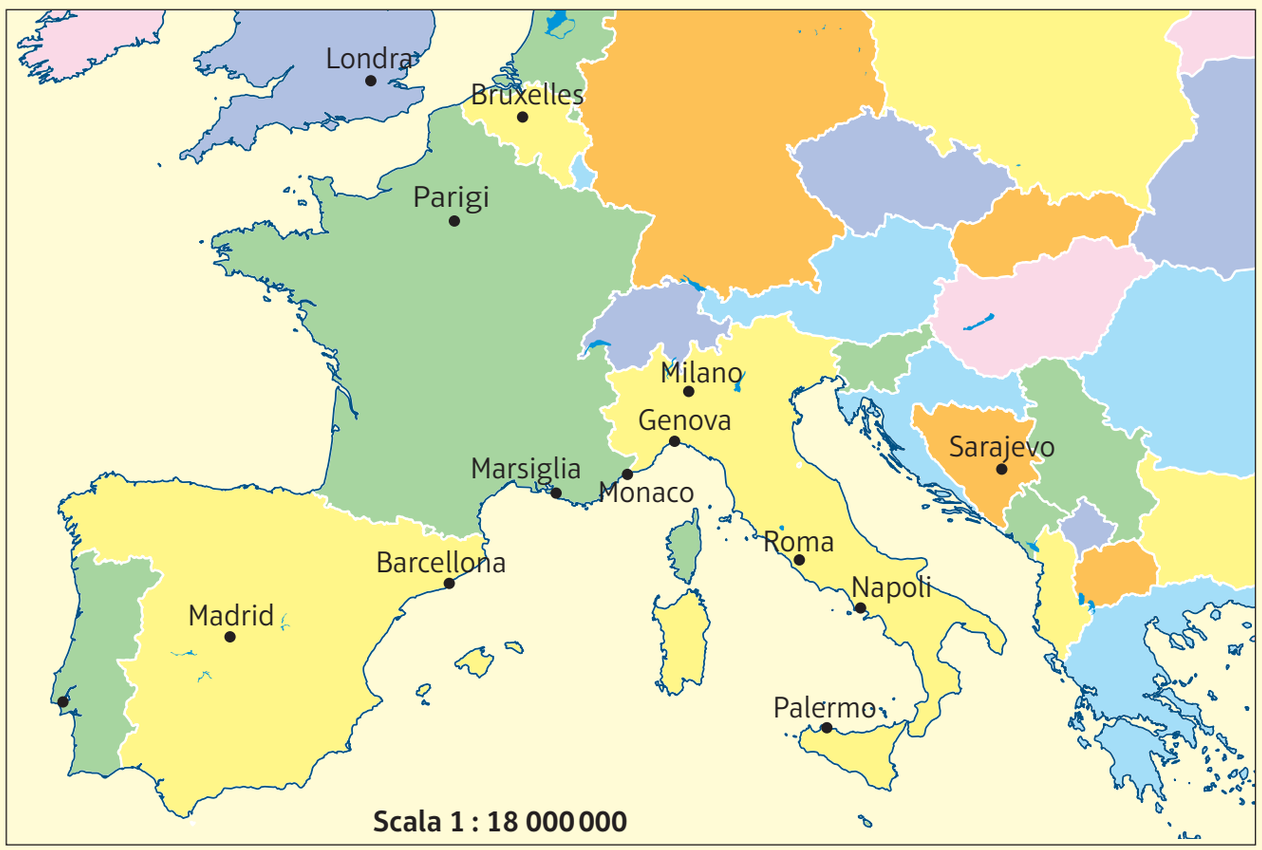


Scala 1 : 20

0080_9788839527189B@0145-0177.indd 152 14/01/19 16:19

12 Carta geografica Calcola e scrivi le distanze reali (approssimate) in linea d'aria delle città indicate.

ESERCIZIO GUIDA 4

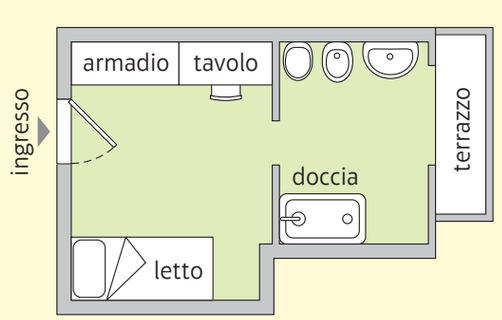


a. Milano – Napoli .....
b. Parigi – Londra .....
c. Roma – Parigi .....
d. Palermo – Barcellona .....
e. Genova – Marsiglia .....
f. Bruxelles – Sarajevo .....
g. Monaco – Sarajevo .....
h. Quanto è lunga l'Italia (dal punto più a nord del Trentino-Alto Adige a quello più a sud della Sicilia)? .....

RAGIONARE IN CONTESTI NUOVI O COMPLESSI

13 Camera d'albergo Nella figura è disegnata la piantina di una camera singola dell'albergo Atlantide.
Calcola le misure richieste (in m). ESERCIZIO GUIDA 5

a. Lunghezza del tavolo. 1,30 m
b. Dimensioni della doccia. 1,20 m × 0,70 m
c. Larghezza della porta d'ingresso. 0,90 m
d. Dimensioni esterne del terrazzo. 2,70 m × 0,80 m
e. Dimensioni dell'armadio. 1,50 m × 0,60 m



Scala 1 : 100

Altri esercizi a pag. G181

0080_9788839527189B@0145-0177.indd 153 14/01/19 16:19

LEZIONE 3

Disegni in scala e proporzioni

Usare una proporzione

Ricorda che il rapporto fra una qualunque lunghezza in un disegno (o in un modello) e la corrispondente lunghezza nella realtà è uguale al rapporto di scala.
Questa proprietà ci permette di risolvere i problemi di base usando una **proporzione**. In certi casi, alcuni dati si devono ricavare dalla figura facendo le misurazioni opportune con il righello.

ESERCIZIO GUIDA

1 La lanterna **La Lanterna di Genova è un faro alto 77 m. Quanto è alto un modello della Lanterna in scala 1 : 160?**

1) Indichiamo con x l'altezza della lanterna nel modello e scriviamo la proporzione:

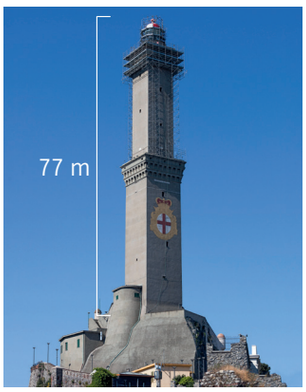
lunghezza modello : lunghezza reale = 1 : 160

$x : 77 = 1 : 160$

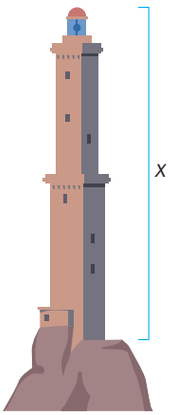
2) Ricaviamo il valore di x:

$$x = \frac{77 \cdot 1}{160} \approx 0{,}481 \text{ m} = 48{,}1 \text{ cm}$$

Il modello è alto circa 48 cm.



La Lanterna



Modello in scala 1 : 160

Ricavare i dati da una figura

ESERCIZIO GUIDA **CON VIDEO TUTORIAL**

2 Campanile **Osserva la figura della chiesa con il campanile. Usa un righello, prendi le misure che ti servono e rispondi alle seguenti domande.**

a. Qual è il rapporto di scala?

Misuriamo l'altezza della chiesa nel disegno, che risulta $L_d = 2$ cm.
Quindi, 2 cm nel disegno corrispondono a 9,5 m = 950 cm nella realtà.
Usiamo i due valori per calcolare il rapporto di scala:

$$k = \frac{L_d}{L_r} = \frac{2}{950} = 2 : 950 = 1 : 475$$

b. Quanto è alto il campanile nella realtà?

Misuriamo l'altezza del campanile nel disegno, che risulta $h_d = 4$ cm.
Indichiamo con h_r l'altezza reale del campanile e scriviamo la proporzione:

$h_d : h_r = 1 : 475 \quad \rightarrow \quad 4 : h_r = 1 : 475$

Ricaviamo il valore di h_r:

$$h_r = \frac{4 \cdot 475}{1} = 1900 \text{ cm} = 19 \text{ m}$$

Il campanile è alto 19 m.

0080_9788839527189B@0145-0177.indd 154 14/01/19 16:19

ESERCIZI DELLA LEZIONE 3

CONOSCERE CONCETTI E PROCEDURE

1 SCIENZE **Dinosauro** Un modello dello scheletro di un triceratopo è lungo 75 cm.
Il vero triceratopo era lungo 9 m.
La scala del modello è quindi di uno a dodici.
a. Usa tutti i dati per scrivere una proporzione.
b. Verifica che la proporzione sia corretta. ESERCIZIO GUIDA 1
75 : 900 = 1 : 12

APPLICARE STRATEGIE, RAPPRESENTAZIONI E MODELLI

2 **Il faro di Ar-Men** Un modello in scala 1 : 134 del faro di Ar-Men, in Francia, è alto 25 cm.
Quanti metri è alto il faro in realtà? 33,50 m

Il faro di Ar-Men Modello in scala

3 **L'automobilina** Il papà di Mario ha comprato un modellino della vecchia Fiat 500 in scala 1 : 18.
Sapendo che l'auto reale è lunga 2,97 m, calcola la lunghezza del modellino in millimetri. 165 mm

RAGIONARE IN CONTESTI NUOVI O COMPLESSI

4 SCIENZE **Cristallo di sale** Nella figura si vedono alcuni cristalli di sale fotografati al microscopio elettronico in scala 70 : 1.
Quanti millimetri è lungo, nella realtà, il lato di un cristallo cubico? ESERCIZIO GUIDA 2
circa 22 : 70 = 0,3 mm

5 SCIENZE **Fossile** Un paleontologo ha fotografato una traccia fossile di pesce accanto a una moneta da 1 centesimo (diametro 16,25 mm) per dare l'idea delle dimensioni.
a. Qual è la scala di riduzione della fotografia? 1 : 3
b. Quanto è lungo il pesce? tra 18 e 20 cm

Altri esercizi a pag. G181

0080_9788839527189B@0145-0177.indd 155 14/01/19 16:19